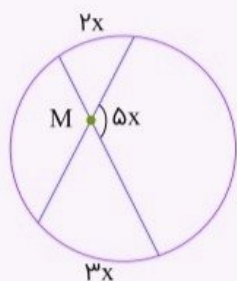


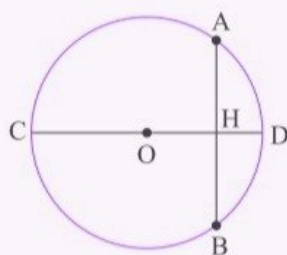
آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۶ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ باتوجه به شکل زیر x را به دست آورید.



تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۲ شکل زیر را در نظر بگیرید.

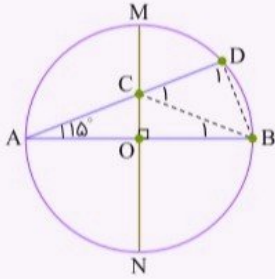


کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت

الف فرض کنید قطر CD وتر AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است و کمان AB را نصف می کند.

ب فرض کنید قطر CD کمان AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است و آن را نصف می‌کند.

۳ در شکل زیر MN و AB دو قطر عمود بر هم از دایره هستند. نسبت $\frac{CD}{CA}$ را با توجه به شکل به دست آورید.



تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۴ ثابت کنید اندازه زاویه محاطی، نصف کمان مقابل به آن است.

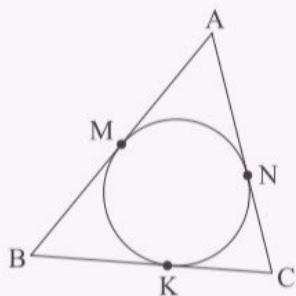
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

در شکل زیر، ثابت کنید $AM = p - a$. (p نصف محیط مثلث است)



مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

اندازه یک زاویه دوزنقه متساوی الساقینی که بر دایره‌ای به شعاع r محیط است، برابر با 60° است. طول قاعده بزرگ دوزنقه را برحسب r به دست آورید.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

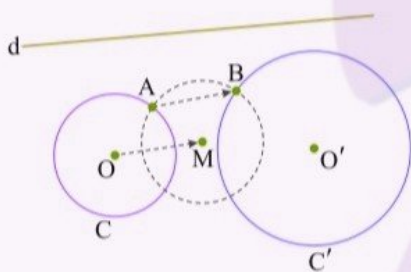
دو نقطه $A \begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$ مفروض‌اند. کوتاه‌ترین مسیر حرکت که از نقطه A پس از برخورد با محورهای x و y به نقطه B برسیم را رسم کرده و اندازه آن را به دست آورید.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

اندازه‌های مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره به ترتیب $\sqrt{24}$ و $\sqrt{48}$ است. حاصل ضرب شعاع‌های این دو دایره را به دست آورید.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

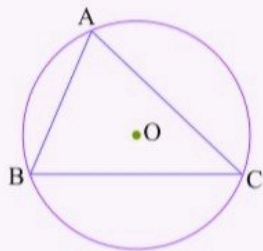
دو دایره C و C' و خط d مفروض‌اند. پاره‌خطی به طول l طوری رسم کنید که موازی d باشد و ابتدای آن روی C و انتهای آن روی C' باشد.



تألیفی مهدی مجدآرا

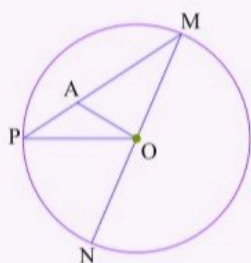
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مثلاً $\triangle ABC$ و دایره محیطی آن مفروض است. ثابت کنید شعاع دایره محیطی آن برابر است با $R = \frac{abc}{4S}$ (S مساحت مثلث ABC است)



تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

در دایره C، قطر MN و وتر MP را رسم می‌کنیم. نقطه A را روی وتر MP طوری قرار داده‌ایم که $AO = 6$ و $\angle OAM = \angle NOP = 60^\circ$ طول پاره خط AP را به دست آورید.



تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

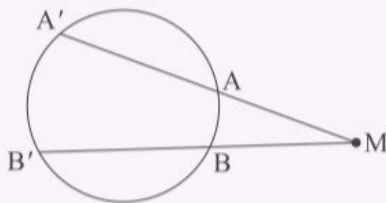
از نقطه تماس دو دایره که مماس خارجی هستند، دو خط چنان رسم می‌کنیم که دو دایره را در چهار نقطه دیگر قطع کند. ثابت کنید چهار نقطه فوق، رئوس یک دوزنقه هستند.

تالیفی مهدی مجدآرا

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

امتداد دو وتر AA' و BB' یکدیگر را خارج دایره در نقطه M قطع می‌کنند. ثابت کنید:

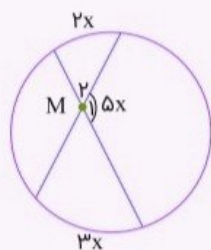
$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$



مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

۱



$$\hat{M}_2 = \frac{2x + 3x}{2} = \frac{5x}{2}$$

$$\hat{M}_2 + \hat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow \frac{5x}{2} + 5x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5x + 10x}{2} = 180^\circ \Rightarrow 15x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 24^\circ$$

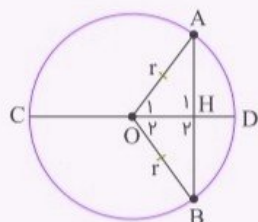
تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت

۲

الف

در دو مثلث OAH و OBH داریم:



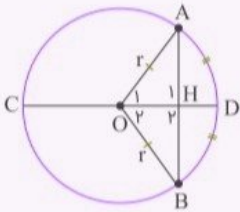
$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \\ OH = OH \\ AH = BH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH$$

$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 \Rightarrow \text{برابری اجزای متناظر} \quad (*)$$

$$\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \xrightarrow{(*)} \hat{H}_1 + \hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = 90^\circ$$

یعنی قطر CD بر وتر AB عمود است. از برابری اجزای متناظر دو مثلث برابری زاویه‌های \hat{O}_1 و \hat{O}_2 را هم نتیجه می‌گیریم و همچنین این دو زاویه مرکزی‌اند، بنابراین داریم: $\widehat{AD} = \widehat{DB}$ ، پس کمان \widehat{AB} را هم نصف می‌کند.

دو کمان \widehat{AD} و \widehat{BD} برابرند، پس زاویه‌های مرکزی روبه‌رو به آن‌ها هم برابرند ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2$) و در دو مثلث OAH و OBH داریم:



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OH = OH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض‌ض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH$$

$$\xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} \left\{ \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \xrightarrow{(*)} \hat{H}_1 + \hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = 90^\circ$$

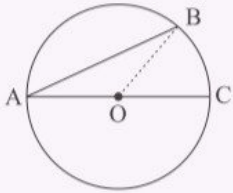
پس قطر CD بر وتر AB عمود است و آن را نصف می‌کند.

$$\triangle AOC \cong \triangle BOC \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AC = BC \\ \hat{B}_1 = 15^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \hat{C}_1 = 30^\circ$$

روبه‌رو به قطر AB است: $\hat{D}_1 = 90^\circ$

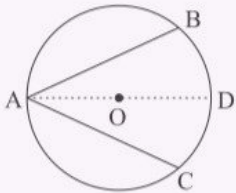
$$\left. \begin{array}{l} \frac{CD}{CA} = \frac{CD}{CB} \\ \hat{C}_1 = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \hat{C}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید



$$\widehat{BOC} = \widehat{ABO} + \widehat{BAO} = 2\widehat{BAO} \Rightarrow \widehat{BAO} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

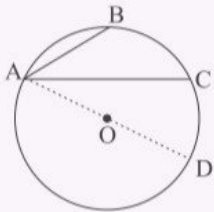
حالت دوم: از A به O وصل کرده تا دایره را در D قطع کند.



طبق حالت اول: $\widehat{BAD} = \frac{\widehat{BD}}{2}$, $\widehat{DAC} = \frac{\widehat{DC}}{2}$ پس:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{DAC} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{DC}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

حالت سوم: از A به O وصل کرده تا دایره را در D قطع کند.



طبق حالت اول: $\widehat{BAD} = \frac{\widehat{BD}}{2}$, $\widehat{CAD} = \frac{\widehat{CD}}{2}$ پس:

$$\widehat{CAB} = \widehat{BAD} - \widehat{CAD} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{CD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$r = \frac{S}{p}, r_a = \frac{S}{p-a}, r_b = \frac{S}{p-b}, r_c = \frac{S}{p-c} \Rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S}$$

$$= \frac{3p - (a+b+c)}{S} = \frac{3p - 2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

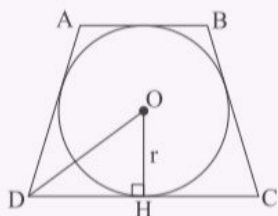
$$\begin{cases} AM = AN = x \\ CN = CK = y \\ BM = BK = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = b \\ x + z = c \\ y + z = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y + x + z = b + c \Rightarrow 2x + (y + z) = b + c \Rightarrow 2x + a = b + c$$

$$\Rightarrow 2x + 2a = a + b + c = 2p$$

$$\Rightarrow x + a = p \Rightarrow x = p - a \Rightarrow AM = p - a$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر



مرکز دایره محیطی نقطه تلاقی نیمسازهای زاویه‌ها است، پس:

$$\widehat{ODH} = 30^\circ \Rightarrow OD = 2OH = 2r$$

$$\Rightarrow DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{3}r$$

به همین ترتیب به دست می‌آید که $CH = \sqrt{3}r$.
بنابراین:

$$DC = \sqrt{3}r + \sqrt{3}r = 2\sqrt{3}r$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

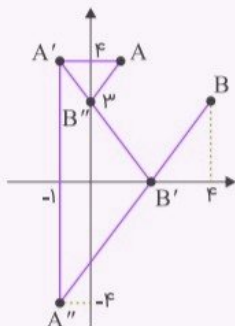
قرینه A را نسبت به محور y ها به دست آورده و A' می‌نامیم، داریم:

$$A' \begin{vmatrix} -1 \\ 4 \end{vmatrix}$$

قرینه A' را نسبت به محور x ها به دست آورده و A'' می‌نامیم، داریم:

$$A'' \begin{vmatrix} -1 \\ -4 \end{vmatrix}$$

از A'' به B وصل می‌کنیم و نقطه برخورد با محور x ها را B' می‌نامیم.
از B' به A' وصل می‌کنیم و نقطه برخورد با محور y ها را B'' می‌نامیم.
کوتاه‌ترین مسیر عبارت است از $AB''B'$.



اندازه $AB''B'$ برابر است با $A''B$ ، بنابراین طول کوتاه‌ترین مسیر برابر است با:

$$A''B = \sqrt{(x_B - x_{A''})^2 + (y_B - y_{A''})^2} = \sqrt{(4 + 1)^2 + (2 + 4)^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$LL' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = \sqrt{24}$$

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{48}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OO'^2 - (R + R')^2 = 24 \\ OO'^2 - (R - R')^2 = 48 \end{cases} \Rightarrow (R + R')^2 - (R - R')^2 = 48 - 24$$

$$\Rightarrow 4RR' = 24 \Rightarrow RR' = 6$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

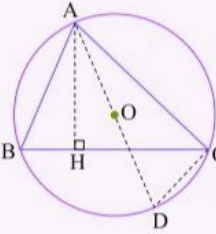
ابتدا دایره C را در راستای برداری به موازات d و به طول ℓ انتقال می‌دهیم.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\ell}$$

نقطه B روی دایره C' اگر به اندازه \overrightarrow{OM} به حالت قبل برگردد، به نقطه A می‌رسیم. جواب مسئله AB است.

تالیفی مهدی مجدآرا

مدارس ریاضی و فیزیک مفید



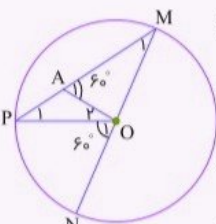
$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{r} \\ \widehat{DCA} = \hat{H} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{c}{rR} = \frac{h_a}{b} \Rightarrow R = \frac{bc}{r h_a} \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{r} a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{rS}{a} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow R = \frac{bc}{rS} \Rightarrow R = \frac{abc}{rS}$$

تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید



$$OM = OP \xrightarrow{\widehat{MOP}} \hat{M}_1 = \hat{P}_1 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{P}_1 + \hat{M}_1$$

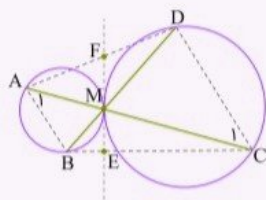
$$\Rightarrow 60^\circ = 2\hat{P}_1 \Rightarrow \hat{P}_1 = \hat{M}_1 = 30^\circ$$

$$\triangle OPA : \hat{A}_1 = \hat{P}_1 + \hat{O}_1 \Rightarrow 60^\circ = 30^\circ + \hat{O}_1 \Rightarrow \hat{O}_1 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow PA = AO = r$$

تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

ابتدا مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم (FE).



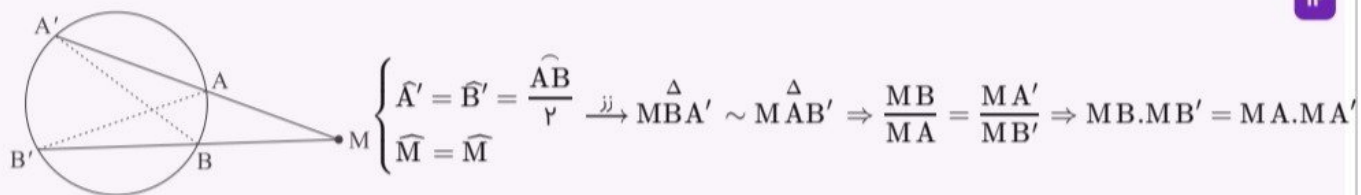
$$\widehat{FMD} = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{MD}}{r} \quad (1)$$

$$\widehat{FMD} = \widehat{BME} \quad (2)$$

$$\widehat{BME} = \hat{A}_1 = \frac{\widehat{MB}}{r} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel CD \Rightarrow ABCD : \text{ذوزنقه}$$

تالیفی مهدی مجدآرا
مدارس ریاضی و فیزیک مفید



مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

